

# Examen de statistiques descriptives GEA

Janvier 2007

## QUESTIONS DE COURS

- (1) Donner deux méthodes permettant de calculer la médiane d'une statistique à une variable (une méthode graphique et une méthode calculatoire).
- (2) Expliquer comment construire les droites de régression de  $y$  en  $x$ ,  $D_{y|x}$  et de  $x$  en  $y$ ,  $D_{x|y}$  d'une statistique double.
- (3) Donner les principales composantes d'une série chronologique.

**EXERCICE 1** On étudie les revenus (mensuels en euros) d'un ensemble de familles d'un quartier de Montpellier, les données sont regroupées dans le tableau suivant :

<b>Revenus</b>	[700 ; 900[	[900 ; 1100[	[1100 ; 1300[	[1300 ; 1400[	[1400 ; 1500[	[1500 ; 1600[
<b>Effectifs</b>	13	219	20	46	50	82

- (1) Préciser les caractéristiques de cette série (population, taille, individu, caractère étudié, type de caractère, modalités).
- (2) Calculer la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart-type  $\sigma$  de cette série statistique (préciser les formules utilisées).
- (3) Dresser l'histogramme de cette série statistique puis représenter le polygone des effectifs (on pourra prendre 2 cm pour 100 euros en abscisse et 1 cm<sup>2</sup> pour 5 familles en surface).
- (4) Préciser la classe modale, on note  $M_0$  son centre.
- (5) Calculer la médiane  $m_e$  de cette série statistique en explicitant vos calculs.
- (6) On considère qu'une série statistique est symétrique lorsque  $M_0 \approx 2\bar{x} - 3m_e$  (relation de Pearson), préciser si la série étudiée est symétrique ou dissymétrique, pouvait-on prévoir ce résultat ?

**EXERCICE 2** Dans cet exercice le détail des calculs est demandé.

Une société a mis au point un nouveau matériel logistique et mène une enquête auprès de 500 entreprises aptes à recevoir ce matériel. Pour déterminer à quel prix chacune de ces entreprises accepterait d'acquérir ce nouveau matériel. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant (en première ligne les prix proposés en milliers d'euros; en seconde ligne le nombre d'entreprises disposées à acheter le matériel à ce prix):

<b>prix</b>	40	36	32	28	24	20	16	12	10	8
<b>nombres</b>	60	70	130	210	240	340	390	420	440	500

- (1) Représenter le nuage de points  $M_i(x_i, y_i)$ . On prendra pour origine du repère le point de coordonnées (8,60).
- (2) Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage.
- (3) Calculer la covariance  $\sigma_{xy}$  de la série double, la variance  $V(x)$  de  $x$ , la variance  $V(y)$  de  $y$ , le produit des écarts types  $\sigma_x \sigma_y$  puis le coefficient de corrélation affine à  $10^{-3}$  près.
- (4) En déduire une équation de la droite de régression  $D_{y|x}$  de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. Tracer la droite  $D_{y|x}$  et placer le point G.
- (5) Les frais de conception du matériel se sont élevés à 500 mille euros. À partir des résultats de l'enquête, et sans utiliser de droite d'ajustement, déterminer, parmi la gamme des prix proposés, celui qui permettra de réaliser le bénéfice maximal.

**EXERCICE 3**

On considère les ventes trimestrielles d'un produit depuis 4 ans. (ventes en milliers d'unités)

Trimestre	1	2	3	4
Ventes première année	150	80	110	205
Ventes deuxième année	170	95	125	215
Ventes troisième année	180	105	115	240
Ventes quatrième année	195	110	150	255

- (1) A l'aide d'un graphique montrer le caractère saisonnier des ventes du produit et expliquer pourquoi le modèle additif est le mieux adapté.
- (2) Compléter la troisième ligne du tableau suivant donnant les moyennes mobiles de ce caractère statistique:

Trimestre	1	2	3	4
Moyennes mobiles première année	*	*	138,75	143,125
Moyennes mobiles deuxième année	146,875	150	152,5	155
Moyennes mobiles troisième année	?	156,875	?	164,375
Moyennes mobiles quatrième année	169,375	175,625	*	*

Expliquer pourquoi les valeurs correspondant aux deux premiers trimestres de la première année sont manquantes.

- (3) Déterminer les écarts saisonniers et calculer la série désaisonnalisée.
- (4) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, l'équation de la série désaisonnalisée et son coefficient de corrélation linéaire.
- (5) Faire des prévisions pour la cinquième année.